פתרון מלא עם הסברים: מבצע "גלידה לאילת"

לכל סעיף: הרעיון, החישוב והסבר לתוצאה. בסוגריים: חלוקת הנקודות. • $T[K] = t[°C] + 273$,$P_{atm} = 100\ kPa$

נסו לפתור לבד לפני שאתם קוראים את הפתרון. בכל סעיף, קראו קודם את "הרעיון" ונסו להמשיך משם.

סעיף א: האם יחידת הקירור מספיקה? (22 נק')

הרעיון. החום עובר מהאוויר החם שבחוץ אל האוויר הקר שבארגז דרך חמש התנגדויות בטור: הסעה, שלוש שכבות הולכה, והסעה. הפרש הטמפרטורות הוא ה"מתח", ואותו הספק חום עובר דרך כל ההתנגדויות.

1. הסעה בחוץ ← הולכה באלומיניום ← הולכה בקצף ← הולכה בפיברגלס ← הסעה בפנים. (4 נק')

2. נוח לחשב קודם התנגדות ל־1 m^2, $R'' = \Delta x/k$ או $1/h$, ואז לחלק בשטח: (6 נק')

$$R''_{out} = 1/35 = 0.0286 \quad R''_{al} = 0.0015/200 = 7.5\cdot10^{-6} \quad R''_{pu} = 0.080/0.025 = 3.20$$

$$R''_{grp} = 0.003/0.30 = 0.010 \quad R''_{in} = 1/10 = 0.100 \quad [m^2\cdot K/W]$$

$$\Sigma R'' = 3.339\ m^2\cdot K/W \rightarrow R_{th,total} = 3.339 / 66 = 50.58\cdot10^{-3}\ K/W$$

הקצף נותן **96%** מההתנגדות. האלומיניום כמעט לא מבודד בכלל: הוא שם בשביל החוזק.

3. (4 נק')

$$Q = \Delta T / R_{th,total} = (38 - (-18)) / 50.58\cdot10^{-3} = 1{,}107\ W \approx 1.1\ kW$$

1.1 kW < 2.5 kW: יחידת הקירור מספיקה בנסיעה, עם רזרבה.

4. אותו שטף חום, $q'' = Q/A = 16.77\ W/m^2$, עובר דרך כל שכבה, ובכל אחת הטמפרטורה יורדת ב־$q''\cdot R''$: (4 נק')

outer surface: $38 - 16.77\cdot0.0286 = 37.5°C$ al/foam: $37.5°C$

foam/fiberglass: $-16.2°C$ inner surface: $-16.3°C$

כמעט כל ההפרש, מ־37 ל־−16, נופל על הקצף. ההתנגדות הגדולה מקבלת את רוב ה"מתח".

5. (4 נק')

$$E = Q\cdot t = 1{,}107\ W \cdot 4\ h = 4.43\ kWh$$

סעיף ב: בנסיעה או בחניה? (10 נק')

הרעיון. מחליפים רק את ההתנגדות של ההסעה החיצונית ובודקים כמה זה משנה את הסכום.

1. (5 נק')

$$R''_{out} = 1/10 = 0.100 \rightarrow \Sigma R'' = 3.410 \rightarrow Q = 56\cdot66/3.410 = 1{,}084\ W$$

driving vs parked: $+2.1\%$

2. הנהג צודק בכיוון אבל לא בגודל: בנסיעה נכנס מעט יותר חום, רק כ־2.1%. ההתנגדות של הקצף, 3.20 m²·K/W, גדולה פי 30 עד 100 מכל התנגדות הסעה. כשמשנים איבר קטן בסכום של התנגדויות בטור, הסכום כמעט לא משתנה. לכן אין טעם לנסוע לאט; כדאי להשקיע בבידוד. (5 נק')

סעיף ג: השמש על הגג (10 נק')

> **הרעיון.** משטח בולע רק חלק מקרינת השמש, לפי מקדם הבליעה שלו. משטח חם יותר דוחף יותר חום פנימה דרך הבידוד, כי הפרש הטמפרטורות עליו גדל.

1. שטח הגג 14.4 m². (3 נק')

$$\text{white: } 0.25 \cdot 900 \cdot 14.4 = 3{,}240 \text{ W} \quad \text{dark: } 0.85 \cdot 900 \cdot 14.4 = 11{,}016 \text{ W}$$

2. מהמשטח החיצוני פנימה: $R'' = 3.339 - 0.0286 = 3.310$ m²·K/W. (4 נק')

$$\text{white: } (45+18) \cdot 14.4 / 3.310 = 274 \text{ W} \quad \text{dark: } (70+18) \cdot 14.4 / 3.310 = 383 \text{ W} \quad (\times 1.40)$$

$$\text{for comparison, roof in the shade: } 56 \cdot 14.4 / 3.339 = 242 \text{ W}$$

3. רוב האנרגיה שנבלעת, אלפי ואטים, חוזרת לסביבה: בהסעה לאוויר ובקרינה תרמית (אינפרא־אדום) מהגג החם. רק כמה מאות ואטים עוברים דרך הבידוד. ההמלצה: **לבן**. גג כהה מוסיף כ־100 W לכל הנסיעה, כ־40% יותר חום דרך הגג. אפשר לשים את הלוגו בצבע על הדפנות ולהשאיר את הגג לבן. (3 נק')

סעיף ד: פתיחת הדלתות (8 נק')

> **הרעיון.** אוויר שנכנס הוא גז אידיאלי: את המסה מוצאים ממשוואת המצב, ואת החום לקירור בלחץ קבוע מ־$m \cdot c_p \cdot \Delta T$.

1. (4 נק')

$$V = 6.0 \cdot 2.4 \cdot 2.2 = 31.68 \text{ m}^3, \quad m = PV/(RT) = 100{,}000 \cdot 31.68 / (287 \cdot 311) = 35.5 \text{ kg}$$

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T = 35.5 \cdot 1004.5 \cdot 56 = 2.00 \text{ MJ per stop}$$

2. (4 נק')

$$8 \cdot 2.00 \text{ MJ} = 16.0 \text{ MJ} = 4.44 \text{ kWh} \quad \text{vs} \quad \text{walls, 4 h: } 4.43 \text{ kWh}$$

המפתיע: שמונה פתיחות דלת מכניסות בערך **אותו חום** כמו כל ארבע שעות הנסיעה דרך הדפנות. פתרונות פשוטים: וילון רצועות פלסטיק (strip curtain) בפתח, פתיחת דלת אחת בלבד, והוצאה מהירה.

סעיף ה: העמסה במחסן (12 נק')

> **הרעיון.** הבוכנה בשיווי משקל, ולכן הלחץ המוחלט במתלה הוא $P_{atm} + F/A$. העמסה איטית בחדר ממוזג נותנת לאוויר זמן להחליף חום עם הסביבה, ולכן הטמפרטורה נשארת קבועה.

1. (4 נק')

$P_1 = 100 + 15{,}000/0.05/1000 = 400\ \text{kPa}$ (gauge 3 bar) $P_2 = 100 + 20{,}000/0.05/1000 = 500\ \text{kPa}$ (gauge 4 bar)

$m = P_1V_1/(RT_1) = 400{,}000 \cdot 0.012\ /\ (287 \cdot 293) = 57.1\ \text{g}$

2. איזותרמי: ההעמסה איטית מאוד והמחסן בטמפרטורה קבועה, כך שהאוויר נשאר ב־20°C. (2 נק')

3. (3 נק')

$V_2 = V_1 \cdot P_1/P_2 = 12 \cdot 400/500 = 9.60\ \text{L}, \quad \text{drop} = \Delta V/A = 2.4 \cdot 10^{-3}/0.05 = 4.8\ \text{cm}$

4. (3 נק')

$W_{12} = P_1V_1 \cdot \ln(V_2/V_1) = 4{,}800 \cdot \ln(0.8) = -1{,}071\ \text{J} = Q_{12} \quad (\Delta U = 0)$

עושים עבודה על האוויר (W שלילית), אבל הטמפרטורה לא עולה. לכן האוויר **פולט** את כל האנרגיה הזו כחום לסביבה.

סעיף ו: ארבע שעות בשמש (12 נק')

הרעיון. המטען קבוע, ולכן מאזן הכוחות קובע לחץ קבוע. החום מהשמש מחלק את עצמו: חלק מחמם את האוויר, וחלק דוחף את הבוכנה ומרים את הארגז.

1. איזוברי: $P \cdot A = P_{atm} \cdot A + F_2$, וכל הגדלים קבועים, ולכן $P = 500\ \text{kPa}$ לאורך כל התהליך. (3 נק')

2. (4 נק')

$V_3 = V_2 \cdot T_3/T_2 = 9.6 \cdot 323/293 = 10.58\ \text{L}, \quad \text{rise} = 2.0\ \text{cm}$

3. (5 נק')

$W_{23} = P_2(V_3 - V_2) = 500{,}000 \cdot (10.58 - 9.6) \cdot 10^{-3} = 491\ \text{J}$

$\Delta U_{23} = m \cdot c_v \cdot \Delta T = 0.05708 \cdot 717.5 \cdot 30 = 1{,}229\ \text{J}$

$Q_{23} = m \cdot c_p \cdot \Delta T = 0.05708 \cdot 1004.5 \cdot 30 = 1{,}720\ \text{J}$ check: $1{,}720 - 491 = 1{,}229$ ✓

סעיף ז: פריקה מהירה באילת (12 נק')

הרעיון. תהליך של שנייה לא נותן זמן למעבר חום, ולכן הוא אדיאבטי. הגז מתפשט, עושה עבודה, ומשלם עליה מהאנרגיה הפנימית שלו: הוא מתקרר.

1. אדיאבטי: הפריקה לוקחת שנייה, ומעבר חום דרך דופן הבלון איטי בהרבה. (2 נק')

2. (4 נק')

$V_4 = V_3 \cdot (P_3/P_4)^{1/k} = 10.58 \cdot 1.25^{1/1.4} = 12.41\ \text{L}$

$T_4 = T_3 \cdot (P_4/P_3)^{(k-1)/k} = 323 \cdot 0.8^{0.2857} = 303.0\ \text{K} = 30.0°\text{C}, \quad \text{jump} = 3.7\ \text{cm}$

3. (3 נק')

$W_{34} = (P_3V_3 - P_4V_4)/(k-1) = (500 \cdot 10.58 - 400 \cdot 12.41)/0.4 = 817\ \text{J} \quad \Delta U_{34} = -W_{34} = -817\ \text{J}$

אין חום, ולכן כל העבודה מגיעה מהאנרגיה הפנימית של האוויר: הוא התקרר מ־50°C ל־30.0°C.

4. בטמפרטורה קבועה: $V_4 = 10.58 \cdot 500/400 = 13.23\ \text{L}$ (קפיצה של 5.3 cm). בפריקה איטית האוויר מקבל חום מהסביבה תוך כדי ההתפשטות, נשאר חם, ומתפשט יותר. (3 נק')

סעיף ח: הלילה, והמחזור נסגר (14 נק')

> **הרעיון.** האוויר חוזר בדיוק למצב 1, ולכן זה מחזור: $\Sigma\Delta U = 0$ ו־$\Sigma Q = \Sigma W$. בדיאגרמת P-V השטח הכלוא הוא העבודה נטו.

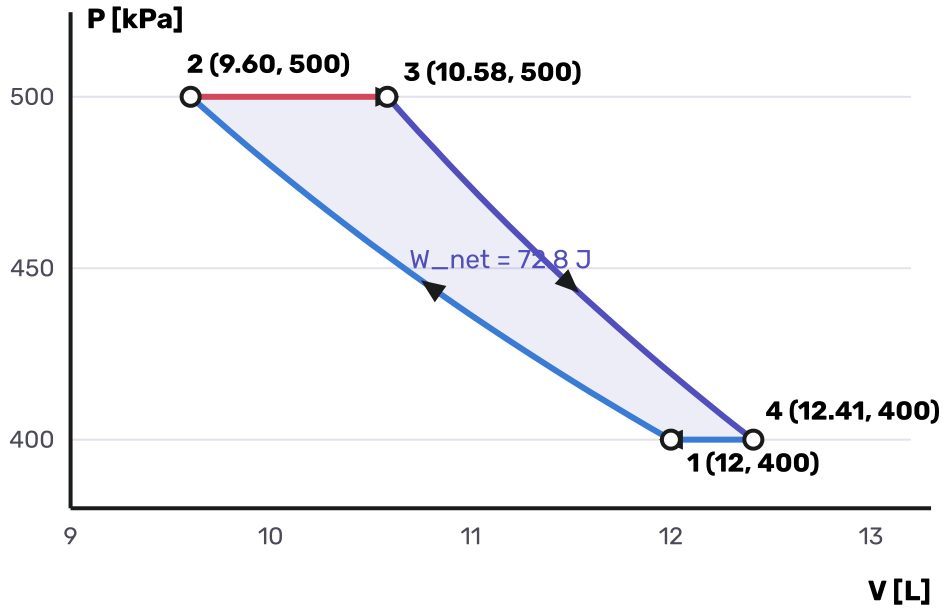
1. איזוברי, ב־400 kPa: המשאית ריקה והכוח קבוע. (3 נק')

$$W_{41} = 400{,}000 \cdot (12 - 12.41)\cdot 10^{-3} = \text{-165 J} \quad \Delta U_{41} = m\cdot c_v\cdot(293 - 303.0) = \text{-412 J} \quad Q_{41} = m\cdot c_p\cdot \Delta T = \text{-576 J}$$

2. (4 נק')

תהליך	סוג	Q [כ]	W [כ]	ΔU [כ]
1→2	איזותרמי	-1,071	-1,071	0
2→3	איזוברי	+1,720	+491	+1,229
3→4	אדיאבטי	0	+817	-817
4→1	איזוברי	-576	-165	-412
סה"כ		**72.8+**	**72.8+**	**0**

3. (4 נק')



כחול: חום יוצא או אין חום והאוויר מתקרר. אדום: חום נכנס. סגול: אדיאבטי. המחזור עם כיוון השעון, ולכן העבודה נטו חיובית.

4. (3 נק')

$$\Sigma Q = -1{,}071 + 1{,}720 + 0 + (-576) = 72.8\ \text{J} = \Sigma W \checkmark$$

העבודה נטו, כ־72.8 ג׳, שולמה בחום מהשמש ומהאספלט ($Q_{23} = 1{,}720\ \text{J}$). המתלה פעל כמו "מנוע" זעיר: הוא הרים ארגז כבד והוריד ארגז קל, ובחשבון הכולל ביצע עבודה על הסביבה.